Probabilidad y Estadística

Ejercicios resueltos

Se lanzan al aire tres monedas iguales, describe todos los sucesos del espacio muestral. Sean los sucesos A = sacar al menos una cara, B = sacar al menos una cruz, describe los sucesos:

$\overline{A}$, $A \cup B$, $A \cap B$, $\overline{A \cap B}$, $\overline{A} \cap \overline{B}$, $\overline{A} \cup \overline{B}$

Solución

Si denotamos por C salir cara y por X salir cruz, el espacio muestral sería
E = {CCC , CCX , CXX , XXX } y todos sus sucesos serían:
Ø, {CCC}, {CCX}, {CXX}, {XXX}, {CCC , CCX}, {CCC , CXX},
{CCC , XXX}, {CCX , CXX}, {CCX , XXX}, {CXX , XXX},
{CCC , CCX , CXX}, {CCC , CCX , XXX}, { CCC , CXX , XXX},
{CCX , CXX, XXX} , {CCC , CCX , CXX , XXX}

A = sacar al menos una cara = { CCC , CCX , CXX}
B = sacar al menos una cruz = { CCX , CXX , XXX }

- $\overline{A}$ = no sacar al menos una cara = { XXX }
- $A \cup B$ = sacar al menos una cara o al menos una cruz
  $A \cup B$ = { CCC , CCX , CXX , XXX } = E
  Es decir, seguro que sale al menos una cara o al menos una cruz.
- $A \cap B$ = sacar al menos una cara y al menos una cruz
  $A \cap B$ = { CCX , CXX }
- $\overline{A \cap B}$ = no sacar al menos una cara y al menos una cruz
  $\overline{A \cap B}$ = { CCC , XXX }
- $\overline{A} \cap \overline{B}$ = no sacar al menos una cara y no sacar al menos una cruz
  $\overline{A} \cap \overline{B}$ = { XXX } $\cap$ { CCC } = Ø
- $\overline{A} \cup \overline{B}$ = no sacar al menos una cara o no sacar al menos una cruz
  $\overline{A} \cup \overline{B}$ = { XXX } $\cup$ { CCC } = { CCC , XXX }

Se comprueba como $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Una bolsa contiene 2 bolas negras, 3 bolas blancas, 4 bolas rojas y 5 bolas verdes. Se extrae una bola de la bolsa, describe el espacio muestral y calcula la probabilidad de:

a) La bola es de color rojo.

b) La bola no es negra.

c) La bola es blanca o verde.

Solución

El experimento aleatorio es extraer una bola de una bolsa y observar su color, su espacio muestral es:

E = {bola negra, bola blanca, bola roja, bola verde}

a) Sea el suceso R = la bola es roja.
Como los sucesos son equiprobables, podemos aplicar la regla de Laplace. Recordamos que hay 4 bolas rojas de un total de 14.

$$p(R)=\frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}=\frac{4}{14}=\frac{2}{7}$$

b) Sea el suceso N = la bola es negra. Entonces el suceso contrario es:

$\overline{N}$ = la bola no es negra

$$p(\overline{N})=1-p(N)=1-\frac{\text{casos favorables a N}}{\text{casos posibles}}=1-\frac{2}{14}=1-\frac{1}{7}=\frac{6}{7}$$

c) Sean los sucesos B = la bola es blanca, V = la bola es verde, $B\text{o}V = B\cup V$ = la bola es blanca o verde.

$$p(B\text{o}V) = p(B\cup V)= p(B) + P(V)=$$
$$=\frac{\text{casos favorables a B}}{\text{casos posibles}}+\frac{\text{casos favorables a V}}{\text{casos posibles}}=$$
$$=\frac{3}{14}+\frac{5}{14}=\frac{8}{14}=\frac{4}{7}$$

El 30% de los estudiantes de un Instituto practica el fútbol, el 40% practica el baloncesto y el 10% practica ambos deportes. Se elige un estudiante al azar. Calcula:

a) La probabilidad de que no juegue al fútbol ni al baloncesto.

b) Si juega al fútbol, ¿cuál es la probabilidad de que juegue al baloncesto?

c) ¿Son independientes jugar al fútbol y al baloncesto?

Solución

Para ayudar a resolver el problema completamos la siguiente tabla:

	Fútbol	No fútbol	
Baloncesto	10		40
No baloncesto			
	30		100

	Fútbol	No fútbol	
Baloncesto	10	30	40
No baloncesto	20	40	60
	30	70	100

a) $p(\text{Nf} \cap \text{Nb}) = \dfrac{40}{100} = 0,4$

b) $p(\text{B}|\text{F}) = \dfrac{p(\text{B} \cap \text{F})}{p(\text{F})} = \dfrac{10}{30} = \dfrac{1}{3}$

c) Comprobamos si se cumple que $p(\text{F} \cap \text{B}) = p(\text{F}) \cdot p(\text{B})$

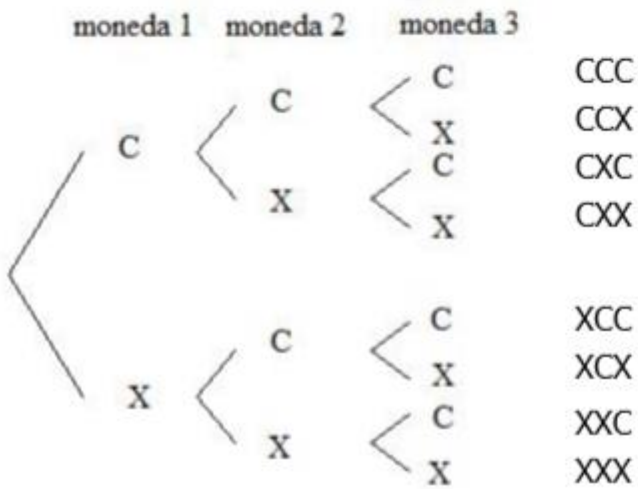
$p(\text{F} \cap \text{B}) = 0,1 \neq p(\text{F}) \cdot p(\text{B}) = 0,3 \cdot 0,4 = 0,12$

Luego no son independientes

Se lanzan al aire tres monedas iguales. Calcula la probabilidad de que salgan dos caras y una cruz.

Solución

Si el espacio muestral del experimento es E = {CCC , CCX , CXX , XXX }, los sucesos elementales no son equiprobables, ya que, por ejemplo, CCC sólo se puede obtener de una forma, mientras que CXX se puede obtener de varias (CXX , XCX , XXC). No podemos aplicar la regla de Laplace. Para calcular la probabilidad, nos ayudamos de un diagrama en árbol.



Por lo que $p(2 \text{ caras y } 1 \text{ cruz}) = \frac{3}{8}$